Rによる非線形連立方程式の解法

Solving Nonlinear Simultaneous Equations by R Language

作花 一志（京都情報大学院大学）
Kazushi Sakka（The Kyoto College of Graduate Studies for Informatics

Abstract

連立方程式の解法は中学校以来学んできているが，線形の場合は行列を使って容易に解くことができる。また非線形の場合は R 言語では nleqslv というパッケージをインストールすることにより求められる。マウスクリックによりグラフィカルに解く方法も示す。

We have been learning how to solve simultaneous equations since junior high school. Linear equations can be easily solved using matrices. In the case of non-linearity, it can be obtained by installing a package called *nleqslv* in R language. It also shows how to solve graphically with mouse clicks.

1. 逆行列を使う

連立方程式を解くことは中学校から加減法，代入法，掃き出し法など習っている。ただし線形の場合だけであるが。大学で線形代数を学ぶとこれは一次変換ということがわかる。

$$2x + 3y = 8 \qquad (1)$$
$$x - 2y = 5$$

を解くにはまず次の行列とベクトルを定義し解ベクトルを $\mathbf{v}$ とする。

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b}=\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$$

（1）は $A\mathbf{v} = \mathbf{b}$ と書けるから逆変換すれば

$$\mathbf{v} = A^{-1}\mathbf{b}$$

である。

これは Excel でも解けるが R 言語ではわずか 3 行のコードで解ける。

```
A=matrix(c(2,1,3,-2),2,2);A # 順序に注意
b=c(8,5)
solve(A,b)
```

x=4.4285714　　　y=-0.2857143

3 元連立の場合は A が 3 次になるだけである。

ただし A の行列式が 0 の場合は逆行列は存在せずこの方法は使えない。

2. 関数 nleqslv を使う

この方法はやや複雑だが適用範囲は広い。[1] を参考に前問と同じ方程式を解いてみよう。nleqslv というパッケージをインストールする。次に次のような関数 g を定義する。

```
g = function(z)
     {x = z[1]
     y = z[2]
     f1 = 2x +3 y - 8
     f2 = x - 2y -5          # 連立方程式 (1) である
     c(f1,f2)
  }
```

（1）を解くには初期値 (x0,y0) を指定して

nleqslv(c(x0, y0), g)

を実行すればよい。3 元連立の場合は第 3 式 f3 を付け加え，初期値を (x0,y0,z0) とするだけである。

nleqslv 方法の利点は非線形の場合にも有効ということである。

$3x+xy = 15$（双曲線）　(2-1) f1

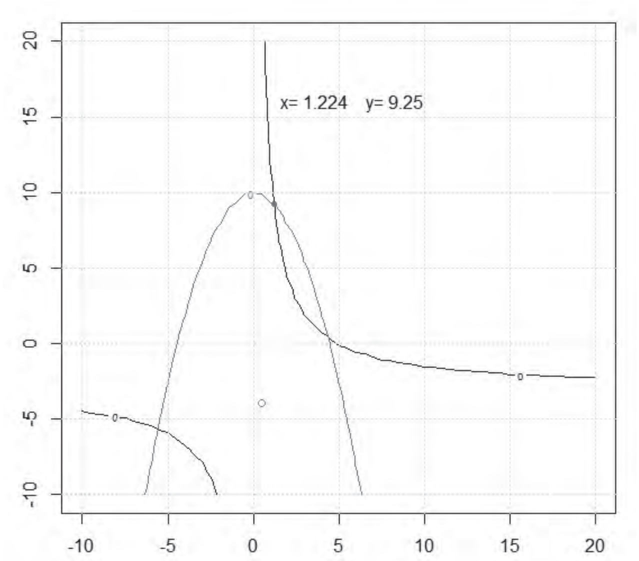
$x^2+2y=20$（放物線）　(2-2) f2

も同様に解ける。右辺を左辺に移項して f1(x, y) = 0, f2(x, y) = 0 と変形して c(f1, f2) を返す関数 g(z) を用意する。

初期値をグラフ画面から与える方法を考えよう。まずは 2 曲線のグラフを描いてみる。関数が y= の形で与えられていれば 1 元方程式に帰着できるが，陰関数で表された式のグラフを描くには工夫を要する。元々は等高線を描く関数である contour が利用できる [2]。

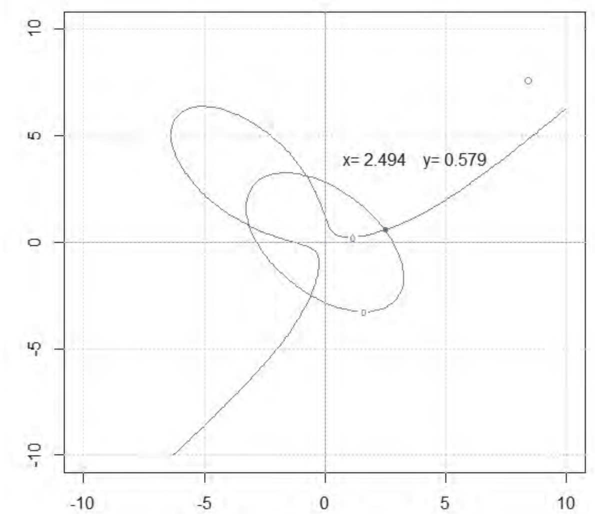
あとはマウスクリックにより始点を指定すれば曲線の交点すなわち連立方程式の解 x=ans$x[1] y=ans$x[2] が求まる。

図で○はマウスクリックした初期値，●は得られた解を表す。クリックした場所により異なる解が得られる。



f1= x^3-12*x*y -y3+2

f2= x^2+x*y +y^2-8（楕円）の場合には



さらに 3 元非線形でも

f1 = x + y - 1+z

f2= x^3-12*x*y -y^3+28

f3= x^2-x*y +y^2-24-2*z

初期値 (x0,y0,z0)=(1,4,0) の場合の解は (x,y,z)=(-0.753, 3.993, -2.239) が得られる。

ただし初期値によっては解が得られないこともある。

参考文献

[1] https://ponpokoshinro.blogspot.com/2020/03/how-to-teach-programming-03.html

[2] http://www.f.waseda.jp/sakas/R/Rgraphics17.html


```
#グラフ描画
x=seq(-10, 20, 0.5)
y=seq(-10,20,0.5)
 f1=function(x,y) 3*x+x*y - 15
 f2=function(x,y) x^2+y*2-20
 z1 = outer(x, y, f1)
 z2 = outer(x, y, f2)
 contour(x, y, z1, levels=0,ylim=c(-10,20))
contour(x, y, z2, levels=0,col=2,add=T)
abline(h=0,col=8); abline(v=0,col=8)
grid()
#連立方程式を定義
library(nleqslv)
g= function(z) {
   x = z[1]
   y = z[2]
   f1 = 3*x+ x*y - 15       # 連立方程式(2-1)
   f2 = x^2+y*2-20          # 連立方程式(2-2)
   c(f1, f2)                # 戻り値に方程式を設定
}
#解の算出
 p=locator(1); points(p,col=4) # 初期値を指定
   x0=p$x ;  y0=p$y             #  クリックした点
ans = nleqslv(c(x0,y0), g)      #解の算出
ans$x
points(ans$x[1],ans$x[2],pch=20,col=2)
q=locator(1);                   # 書き出す点を指定
text(q$x,q$y,paste("x=",round(ans$x[1],3),"
y=",round(ans$x[2],3)))
```

◆著者紹介

作花　一志　Kazushi Sakka

京都情報大学院大学教授。日本応用情報学会理事

京都大学大学院理学研究科修了　理学博士元京都コンピュータ学院鴨川校校長　元京都大学理学部・総合人間学部講師元日本天文教育普及研究会編集委員長