

機械学習を用いた打音による鋼管柱の非破壊欠陥推定 A Non-Destructive Defect Estimation Method for Metal Pole based on Machine Learning Approach

高橋 修司¹, 宮島 雅弥², 堀口 敦史³, 中上 京治², 茂木 和弘², 白石 洋一², 須田 高史⁴
Shuji Takahashi¹, Masaya Miyajima², Atsushi Horiguchi³, Kyoji Nakajo²,
Kazuhiro Motegi², Yoichi Shiraishi² and Takashi Suda⁴

¹ AZAPA 株式会社 (AZAPA Co. Ltd.)

² 群馬大学大学院 理工学府 知能機械創製理工学領域 (Gunma University)

³ ヨシモトポール株式会社 (Yoshimoto Pole Co., Ltd.)

⁴ 群馬県立産業技術センター (Gunma Industrial Technology Center)

Abstract

The problem discussed in this paper is to judge whether a metal pole has defects or not by analyzing its hammering sounds. Conventionally, the characteristics of hammering sounds are analyzed by human experts and they find defects based on their experiences and intuition. However, the accuracy is strongly dependent on human ability and the number of human experts cannot be increased. To solve this problem, a machine learning approach is applied to the non-destructive defect estimation problem of metal pole. Actually, the support vector machine algorithm is adopted and several actual metal poles are used for its evaluation. In all test cases, the accuracy rate attains 100% and the feasibility of this approach is verified.

1. はじめに

地際付近の腐食が進んだ信号機や街灯などの支柱として使用されている鋼管柱が倒れて、人身・物損事故に繋がる問題が発生している [1]。図 1 の左図は実際の照明で、高さは 6000mm 以上であり、先端に照明器が搭載されている。先端には、種類の異なる照明器、信号機、道路案内板、スピーカ、などが搭載される。右図は地表との境界面付近で発生す

る欠陥の実例で、穴とその周囲に腐食が発生している。このような欠陥に対しては、現在、専門家が定期的に目視点検しているが、欠陥が地表付近にあることから見落とす可能性がある。経験を積んだ専門家も少なく、人手による検査には能力的な限界がある。さらに、信号機、街灯、道路案内板などに使用された鋼管柱の 1 本 1 本を人手で点検することは実際には不可能である。そのため、例えば、専門家ではなくても高精度かつ容易に欠陥推定を可能とするシステムが強く求められている。

非破壊検査において、打音を使用するアプローチは一つの分野を形成している。特にコンクリート建造物の検査 [2, 3, 4], 樹幹内部の欠陥検査支援 [5] など、これまでに数多くの研究が行われている。典型的なアプローチでは、採取した打音に対して FFT (Fast Fourier Transform) や Wavelet 変換などを適用して時刻と振幅の 2 次元の音波波形を 2 ~ 3 次元の図によって可視化し、得られた図を人が解析して

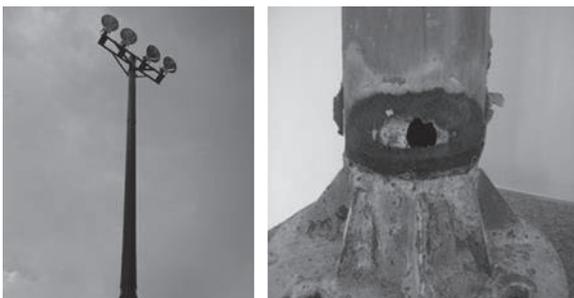


図 1 照明と鋼管柱の欠陥

欠陥の有無を識別可能な特徴量を抽出している。著者らはこれまで、鋼管柱を打撃して得られる打音にFFTを適用し、得られたスペクトル分布においてスペクトルのピーク値とそれに対応する周波数を特徴量として欠陥の有無を判定していた[6]。得られた欠陥の有無を判定する基準（以下では判定基準と呼ぶ）は、実験室において、ある条件のもとでは実用レベルの精度を達成した。しかし打音を得るための条件や異なるサンプルを使用した場合には、目視によって実用レベルの判定基準を得ることが困難であった。

2010年代に入り、人工知能の一分野である機械学習において、実用化の観点からいくつかのアルゴリズムが注目され、人工知能分野における第3次AIブームと言われるようになった[7]。著者らは機械学習の一つであるサポートベクタマシン(SVM: Support Vector Machine)[8]を使用して、FFTによって得られるスペクトル分布の特徴を学習させるアプローチを採用した[9, 10]。実際に、長さ500mmの健全と欠陥ありを含む実験用サンプル200例に対して180例を学習させ、20例に対して評価した結果、正解率100%を達成した[11]。ここではSVMの分類性能を確認する目的のもとで、実験用サンプルに対する評価までを行い、所期の目的を達成した。本論文では、実用化を目的として、長さ6000mmの実際の鋼管柱サンプルを用いて、まず健全な状態の20打音を採取した。続いて、同じ鋼管柱に対して肉厚2mm削減、3mm削減、穴、のそれぞれ欠陥を作成し、それぞれの120打音に対してSVMを適用した。その結果、いずれも正解率100%を達成した。これらの実験においては、目視によってFFTのスペクトル分布の特徴量を抽出することが非常に困難であり、100%の正解率を持つ判定基準を得ることができなかった。

本論文では特に6000mmのサンプルに対してのSVMの適用方法と実験結果について述べる。以下の構成は次のとおりである。第2章において著者らが開発中の打音による鋼管柱の欠陥推定システムを示す。続いて第3章では、機械学習の一つのアルゴリズムとして知られているSVMの適用方法について述べる。提案手法に対する実験と評価結果については第4章で報告する。最後に第5章において、結論として本論文をまとめる。



(a) 振子型ハンマ (b) 振子型ハンマの打撃方法

図2 振子型ハンマと打撃方法

2. 打音による鋼管柱の非破壊検査

2-1 非破壊検査の装置構成

著者らが取り扱ってきた打音による非破壊検査では、打撃力を一定にして打音のばらつきを可能な限り小さくすることが重要であった[5, 6]。そのため本研究では、図2に示す打撃装置を開発した。図2(a)が開発した振子型ハンマ、図2(b)がそれを実際に使用している写真である。(a)に示すように、実際に鋼管柱に打撃を与える金属球が、金属棒によってハンマの下側に取り付けられている。上側は金属球が一定の距離で鋼管柱に衝突するためのガイドである。打撃方法は、ハンマを手で持ち、(b)に示すようにガイドを鋼管柱に密着させて、手で振子を定位置まで持ち上げた後、録音のタイミングに合わせて手を放すという方法である。

打音の録音は市販のICレコーダで行う。本研究では、サンプリング周波数44.1kHz、量子化ビット数16bitの標準的な性能のICレコーダを使用した。その後、オフラインで打音データをパソコンに取り込み、打音の解析と欠陥推定を行う。

2-2 非破壊検査の方法

本研究における鋼管柱の非破壊検査のアプローチを図3に示す。図の実空間で行われる非破壊検査は、これまで採られている一般的なアプローチである。著者らはモデルベース(MB: Model Based)アプローチを導入し、図の仮想空間に示すようにハンマヘッド、鋼管柱、固定台をそれぞれモデル化して、打音の発生過程をシミュレート可能な環境を構築することを目標としている[6]。このアプローチの目的は、FFT解析結果から得られる判定基準に理論的な根拠を与えることにある。MBアプローチを採

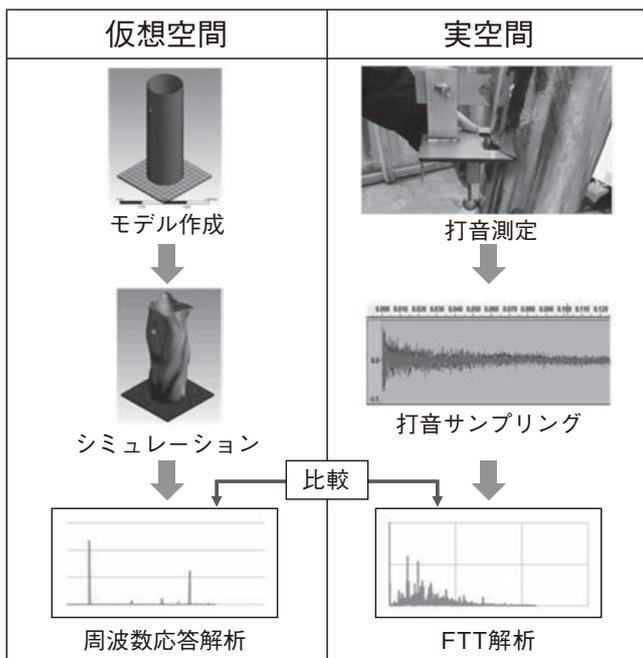


図3 打音による鋼管柱の非破壊検査におけるアプローチ

用することにより、ハンマヘッド、鋼管柱、固定台、の各モデルを独立にモデル化後、連成させることで高精度なシミュレーションを可能としている。MBアプローチのメリットは、ハンマヘッド、鋼管柱、固定台、のいずれかが変更になっても、対応するモデルを独立に更新すればよいことにある。

実空間の手順に従って得られた判定基準は、FFT解析結果のスペクトル分布の特徴のみから作成されたもので、理論的な正当性は保証されない。一方、この判定基準が仮想空間のシミュレーションによって得られた基準と一致すれば、判定基準に理論的な根拠が与えられ、客観的な判定基準となる。実際に著者らは、従来の研究において、ソレノイド型ハンマを使用し、健全、腐食あり、穴ありの長さ500mmの鋼管柱実験用サンプルに対して、ピーク周波数のずれが実空間と仮想空間で同一の傾向になることを示した [6]。

3. 機械学習による判定基準作成

3-1 従来の判定基準の問題点

著者らはこれまで、打音のFFT解析結果に対してスペクトルピーク値とそれを達成する周波数を目視によって求め、その結果を判定基準としていた。具体的な判定基準は、振動モード [12] に対応すると考えられる3箇所（500Hz, 1000Hz, および1400Hz）のスペクトルピーク周波数、

全を基準として、腐食あり、穴ありの欠陥の場合、それぞれ2～4%高周波側に、3～5%低周波側にシフトするという基準である [6]。しかし、その後打音採取条件の変更と鋼管柱サンプルを変更した結果、求めた判定基準では高精度な欠陥状態の判定が不可能であることが明確になった。新しく得られたFFT解析結果に対して新たな判定基準を作成しようとしたが、目視でスペクトルピーク値とその周波数を特徴量とする方式では、現在までに高精度な判定基準を求めるに至っていない。

3-2 機械学習による判定基準作成

機械学習の一つとしてサポートベクタマシン (SVM) が知られており、特にデータの分類問題に対してSVMの有効性が示されている [8, 9, 10]。SVMは教師あり学習アルゴリズムの一つで、下記に示す教師データに対して、それらを分類する超平面のうちで分類時のマージンが最大の超平面を求める。

$$\text{教師データ} : \{(x_i, y_i) \mid x_i \in \mathbb{R}^d, y_i \in (1, -1)\}_{i=1}^n$$

$$\text{超平面} : y = (x/s)W + b$$

ここで $x, W \in \mathbb{R}^d, y, s, b \in \mathbb{R}$ で、特に s をカーネルスケールパラメータ、 b をバイアスパラメータと呼ぶ。学習フェーズにおける学習結果はこれらのパラメータの値に反映される。本研究における判定基準をSVMによって求める場合、 x_i, x はFFT解析結果のスペクトル値、 y_i, y は判定結果に対応する。特に y_i の値、1と-1は、それぞれ欠陥あり、健全、に対応させる。以下ではMATLABのSVM [10] を使用して判定基準を求める。

3-3 MATLABによるSVMの実装

図4にSVMによる学習の流れを示す。前半の学習フェーズでは、教師データを入力してSVMに学

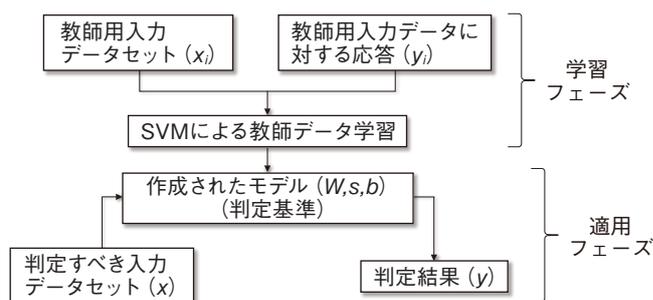


図4 SVMによる学習の流れ

習させる。学習結果はモデルとして生成され、図に示す3種類のパラメータに学習結果を反映する。適用フェーズでは、作成されたモデルに対して判定すべきデータセットを与え、判定結果を得る。作成されたモデルが欠陥の判定基準に対応する。

4. 実験と評価

以下では3-3で求めた判定基準の精度を実験的に評価する。これは図3に示す実空間の処理の評価に対応する。

4-1 実験用サンプル

屋外に製品と同様の基礎を作成し、実製品の鋼管柱を実験用サンプルとして設置した(図5)。実験



図5 屋外の鋼管柱の実験用サンプル

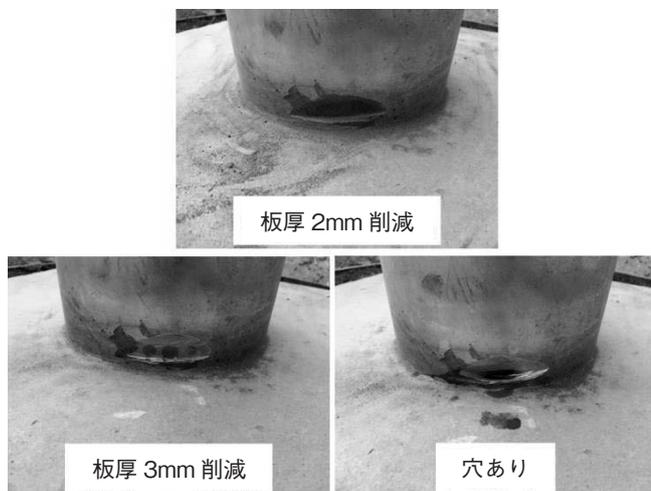


図6 欠陥を作成した実験用サンプル

用サンプルの材質はJIS G3444に相当するSTK400材[13]である。各寸法は、高さ6000mm、直径165mm、肉厚5mmである。

図6に示すように、この実験用サンプルに対して、健全、板厚2mm削減、板厚3mm削減、および穴ありの欠陥ありサンプルを作成した。これまでの実験では、健全と欠陥ありのサンプルを相異なる鋼管柱から作成していた[6, 11]が、本実験では同一鋼管柱を加工して実験用サンプルを作成した。

4-2 実験の方法

健全、板厚2mm削減、板厚3mm削減、および穴ありの各実験用サンプルに対して打音を採取し、FFTを適用してスペクトル分布を得る。打音データは44.1kHz、16bitでサンプリングされ、FFT変換後の22050点に対するスペクトル値($x_i \in \mathbb{R}^{22050}$)を教師データ、および評価データとして使用する。使用するSVMはMATLAB分類学習器の一つである[10]。SVMは対象を2つのカテゴリに分割するための機械学習アルゴリズムである。実験の組み合わせを表1に示す。実験は1~4までの4通りで行った。例えば、実験1は健全と穴ありが混在するデータに対して、教師データ115個を学習させ、評価データ25個に対して健全と穴ありの分類の正解率を求める。「✓」はサンプルの組み合わせを示す。また、TとEはそれぞれ教師データ数、評価データ数を示す。特にNo.2の健全データでは教師データ15、評価データ5と他のサンプルと比較してデータ数が少ない。

表1 学習評価結果

No.		データ数	実験1	実験2	実験3	実験4
1	正解率		100	100	100	100
2	健全	T	15	✓		
		E	5			
3	板厚 -2mm	T	100		✓	
		E	20			
4	板厚 -3mm	T	100		✓	✓
		E	20			
5	穴あり	T	100	✓		✓
		E	20			

T: 教師データ, E: 評価データ

4-3 学習結果の評価

4-2で述べた実験1~4に対して学習結果の評価を述べる。学習後の評価データに対する実験では、

いずれの実験においても正解率 100% を達成した。ここで正解率とは、2 種類のデータが混在する評価データに対して、これらを分類した結果において、全評価データ数に対する正解分類データ数の割合である。すなわち、実験 1 では、健全サンプル 15 個と穴ありサンプル 100 個からなる教師データ 115 個を学習し、健全サンプル 5 個と穴ありサンプル 20 個からなる評価データ 25 個を 100% の正解率で分類した、穴ありという欠陥を 100% 抽出した、ということを示す。この実験における SVM の学習結果のパラメータセットを表 2 に示す。

表 2 実験 1 の学習結果のパラメータセット

No.	パラメータ	値
1	重み ($\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{22050}$)	22050 次元実数ベクトル
2	カーネルスケール ($s \in \mathbb{R}$)	284.0044
3	バイアス ($b \in \mathbb{R}$)	0.751187

また、図 7 に評価データに対する SVM の超平面上の実際の値を示す。横軸がサンプル番号、縦軸が各サンプルに対する超平面上の点 y の値である。SVM では 2 つのグループの分類において、 y の値の差を最大化する。サンプル 1 ~ 5 が健全、6 ~ 25 が穴ありである。図に示すように、これらの y 値の差が 2 以上となっている。サンプル 1 ~ 5 の y の値のばらつきが 6 ~ 25 の y の値のばらつきに比べて大きいのは、前者の教師データ数が少ないことが原因であると推定される。実験 2 ~ 4 の教師データ数が 200 の場合には、いずれの結果においても図 7 のサンプル 6 ~ 25 のようにばらつきが小さい。

実験 2 ~ 4 に示すように、鋼管柱に欠陥が存在する場合、SVM によって板厚 2mm 削減、板厚 3mm 削減、および穴が発生しているという欠陥の状態を正解率 100% で判定することができる。実用的には、欠陥の有無だけではなくその状態を高精度

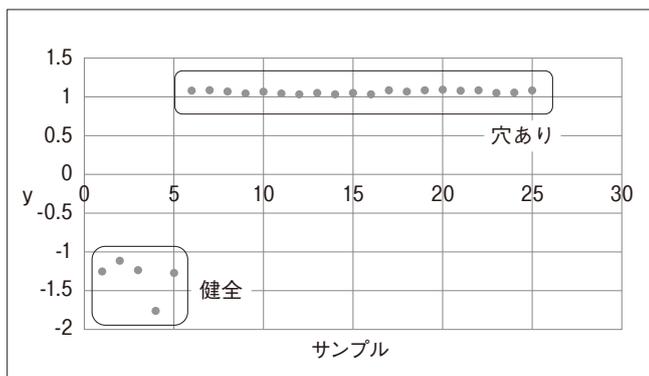


図 7 実験 1 の評価における判定結果

に推定することは、対策をとる上で非常に重要である。以上に示すように SVM によって実用化の可能性が高い判定基準を作成できる見通しが得られた。ただし、機械学習は打音発生メカニズムを理解しているわけではなく、その理論に基づいて判定基準を作成しているわけでもない。したがって、得られた判定基準に正当性を与えるためには 2-2 で述べたシミュレーション結果との一致が必要である。

本実験では 6000mm の鋼管柱を製品と同様の基礎の上に設置した環境で SVM の評価を行ったが、それでも実際の道路等での打音採取とは状況が異なっている。今後は、鋼管柱の上部にさまざまな部品が取り付けられたサンプルに対して欠陥推定実験評価を行うとともに、実際に道路上などに設置されている鋼管柱に対する実験評価を行う予定である。

4-4 学習結果の実装

機械学習を常に行うことで欠陥推定を行うことは実用的ではない。ある程度の数の教師データに対して学習することによって、実用上の精度を持つ判定基準を得ることができる。さらに、本研究では MATLAB の SVM を使用したが、欠陥推定装置ごとに MATLAB の SVM をインストールして常に機械学習プログラムによって判定を行うことは、コストパフォーマンスが大きいとは言えない。そこで本研究で得られたパラメータセット (表 2) を図 8 に示す運用システム [11] に実装して、運用の効率化を図る。

図 8 に示すシステムは運用システム (IoT) と、校正システム (Server) とからなる。運用システムは、機械学習の成果であるパラメータセットから得られる判定基準をもとに欠陥推定を行う。また、運用システムはすべての適用状況と判定結果を記録

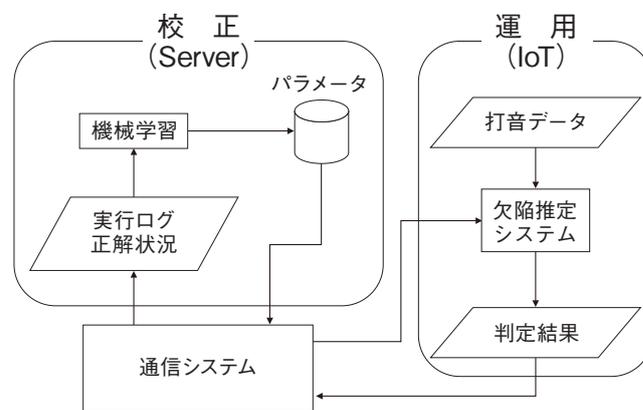


図 8 欠陥推定運用システム

する。IoT は、通信システムを介して定期的にデータを校正システム内のクラウドに送信する [14]。設置した鋼管柱を定期的に測定することにより、測定時のノイズによる誤差軽減と経年劣化を計測可能となり、オンラインによる判定基準の変更も可能になる。校正システムでは、実行ログと正解状況を新たな教師データとして SVM に学習させ、得られたパラメータ値をファイルに出力する。これにより、運用システムの処理負担削減だけでなく、測定時に人員を配置せず装置の設置と回収の人員を要するだけとなり、人員の負担軽減につながる。また、ビッグデータを継続的に更新することも可能となり、校正システムによる判定基準の高精度化の維持が期待できる。

5. 結論

打音による鋼管柱の欠陥推定の判定基準を作成する際に、機械学習の一つであるサポートベクターマシンを適用する方法について述べた。実際に製品に使用する鋼管柱を実際の基礎上に設置した実験用サンプルを使用して実験評価を行った。具体的には、健全、板厚 2mm 削減、板厚 3mm 削減、および穴ありの 4 サンプルである。健全と穴ありの組み合わせと板厚 2mm 削減、板厚 3mm 削減、および穴ありのすべての組み合わせからなる 4 種類の実験において SVM による分類性能を評価した。その結果、いずれの実験においても正解率 100% を達成し、提案手法の実用化の可能性を示した。また、打音サンプル数が非常に少ない場合を含む実験においても、正解率 100% を達成可能なことを示した。今後は、製品の鋼管柱を実験用サンプルとして、実際に設置された鋼管柱の打音検査を行うと同時に、SVM によって得られた判定基準に正当性を与えるためにシミュレーションによる検証を行う。また、IoT とサーバからなる欠陥推定運用システムを構築することによって、現場での非破壊検査を容易化し、さらに継続的に欠陥推定精度の向上を可能とすることを目指す。

【参考文献】

- [1] 鉄の照明柱、犬の尿で腐食？ 倒壊して女児大けが
大阪、朝日新聞デジタル 2016年3月4日20時3分配信
- [2] Y. Sonoda and K. Kawabe, "A Fundamental Study on Diagnosis Performance of Hammering Test using FE Acoustics Analysis," 35th Conference on OUR WORLD IN CONCRETE & STRUCTURES, pp. 25-27, 2010.
- [3] Yutaka Manabe, Tsukasa Abe and Akio Iwase, "Basic Study on Non-Destructive Test for Cracks and Peel-offs of Concrete," Research Reports of Hokuriku Branch, Architectural Institute of Japan, no. 43, pp.219-222, 2000.
- [4] Mariko Yamasaki, Yasuo Doi and Yasutoshi Sasaki, "Nondestructive Inspection for Member of Timber Structure using Stress Wave Velocity - Part 1 Bending Rigidity Prediction of Wood Beam with a Notch," Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, no. 43, pp. 373-374, 2009.
- [5] Yoichi Shiraishi, Yuuki Okada and Kozo Yoshizawa, "A Defect Estimation Method within a Trunk Based on Wavelet Analysis by Diagnostic Slapping Sounds," Journal of Japan Forest Society, vol. 90, no. 4, pp. 223-231, 2008.
- [6] Shuji Takahashi, Keitaro Mizunuma, Atsushi Horiguchi, Kazuhiro Motegi and Yoichi Shiraishi, "Simulation based Defect Estimation of Metal Pole by analyzing Hammering Sounds," Proceedings of SICE 2014, pp. 762-768, September, 2014.
- [7] 岡谷貴之：深層学習（機械学習プロフェッショナルシリーズ），講談社，2015.
- [8] Nello Cristianini, John Shawe-Taylor（大北剛訳）：サポートベクターマシン入門，共立出版社，2005.
- [9] Microsoft Azure Machine Learning Studio <https://azure.microsoft.com/ja-jp/services/machine-learning/>
- [10] サポートベクターマシン
<http://jp.mathworks.com/help/stats/choose-a-classifier.html#bunt0n0-1>
- [11] 宮島雅弥，堀口敦史，高橋修司，中上京治，茂木和弘，白石洋一，須田高史：機械学習を用いた打音による鋼管柱の非破壊欠陥推定，エレクトロニクス実装学会，アカデミックプラザ論文集，AP-24，2016年6月。
- [12] 大久保信行：機械のモダリティ・アナリシス，中央大学出版部，1984.
- [13] JFE 一般構造用鋼管，Cat. No. E1J-004-06，pp. 1013
<http://www.jfesteel.co.jp/products/koukan/catalog/e1j-004.pdf>
- [14] Alankarage Sampath Nissanka Kumarasinghe, Kyoji Nakajo Yuki Shimamura, Shuji Takahashi, Kazuhiro Motegi, and Yoichi Shiraishi, "Development of Monitoring and Recording Sub-System in the Lead Acid Battery's Internal Resistance Measuring System," エレクトロニクス実装学会，アカデミックプラザ論文集，AP-23，2016年6月。

◆著者紹介

高橋 修司 Shuji Takahashi

AZAPA 株式会社 研究職

群馬大学大学院工学研究科博士後期課程単位取得満期退学,
京都情報大学院大学応用情報技術研究科修了

宮島 雅弥 Masaya Miyajima

群馬大学大学院 理工学府 知能機械創製理工学領域

堀口 敦史 Atsushi Horiguchii

ヨシモトポール株式会社

中上 京治 Kyoji Nakajo

群馬大学大学院 理工学府 知能機械創製理工学領域

茂木 和弘 Kazuhiro Motegi

群馬大学大学院 理工学府 知能機械創製理工学領域

白石 洋一 Yoichi Shiraishi

群馬大学大学院 理工学府 知能機械創製理工学領域

須田 高史 Takashi Suda

群馬県産業技術センター

コラム

閏年をめぐって

閏年を判別する規則は

- 1) 西暦年が 4 で割り切れる年は閏年
- 2) ただし西暦年が 100 で割り切れる年は閏年ではない
- 3) ただし西暦年が 400 で割り切れる年は閏年

なんだかわかりにくいので少し整理すると

- 1) 西暦年が 400 で割り切れる
- 2) 西暦年が 4 で割り切れるが 100 で割り切れない

この条件をどちらか満たす年は閏年で他は平年である。

したがって 2000 年は閏年であり, 1900 年は平年である。

現行暦はグレゴリオ暦といわれ, 1582 年から施行されているが, ヨーロッパでその前に使われていたユリウス暦では単純に西暦が 4 で割り切れる年はすべて閏年としていた。ユリウス暦では 4 年に 1 度, 1 年を 366 日としているので, 1 年の平均日数は $365 + 1/4 = 365.25$ であり, 一方 1 年の日数は $365.242194\dots$ 日 (回帰年) だから, 1 年につき 0.0078 (≒ $1/128$) 日の誤差が生じ 128 年経つと 1 日の誤差となる。128 歳まで生きる人はいないので日常生活にはそこまでの正確さは必要ないが, 長期間にわたって毎年決まった日に行事を行うとなればこれでは不十分だ。キリスト教の重要行事である復活祭 (イースター) は基本的に「春分の日後の最初の満月の次の日曜日」(諸説あり) だから, 春分の日を正確に決める必要がある。ユリウス暦は 1200 年以上も使われていたため, 春分の日はどんどん前へずれていき, 16 世紀には 3 月 11 日になっていた。そこで当時のローマ教皇グレゴリウス 13 世の主導のもと, 1582 年にグレゴリオ暦が制定された。同年 10 月 4 日 (木曜日) の翌日は 10 月 15 日 (金曜日) となり, 10 日間は空白となったが曜日は連続している。グレゴリオ暦は, 閏年を 400 年間に $400/4 - 400/100 + 400/400 = 97$ 回置いているから 1 年の平均日数は $365 + 97/400 = 365.2425$ となる。しかしグレゴリオ暦でも閏の問題は完全に解決したわけではなく 3320 年につき 1 日ずれる。そこで新しい正確な暦を作ってみよう。

i 年の間に j 回閏年を置くと 1 年の平均日数は $365 + j/i$ 日であり, それが 1 回帰年 $365.242194\dots$ 日に近くなるような自然数 i と j を探していく。1000 年間にわたって調べた結果が上表である。

第 1 列は i, 第 2 列は j であり, 第 3 列は j/i の値 (1 年の日数の小数部分), 第 4 列は 0.242194 との差である。第 3 列の値が $0.242 \sim 0.243$ となるものは 1000 年間に 499 回ある。最も誤差が小さいのは閏年を 929 年間に 225 回設ける場合だが, これを実際に設置することは困難であり無意味である。2 番目 3 番目についても同様で, それに対し 4 番目の場合, 128 年間に 31 (= $128/4 - 1$) 回の閏年とは

- 1) 西暦年が 4 で割り切れる年は閏年
- 2) ただし 128 で割り切れる年は平年

とすれば使えそうですね。128 で割り切れるとは 3 回続けて 4 で割った時の商が偶数であるということだ。では実際に改暦が行われたら……近い将来の変更は 1) より 2100 年は閏年で, 2) より 2048 年は平年となる。

年	回	1 年の日数	差	備考
929	225	0.2421959	0.000002	
801	194	0.2421973	0.000003	
673	163	0.2421991	0.000005	
128	31	0.2421875	- 0.000006	
450	109	0.2422222	0.000028	改訂ユリウス暦
33	8	0.2424242	0.000230	
400	97	0.2425000	0.000306	グレゴリオ暦
4	1	0.2500000	0.007806	ユリウス暦